

משימת הטיילת ופתרונה

טיילת היא קבוצת מספרים שלמים בין 1 ל-25 שבה ניתן לטייל ממספר למספר בעזרת טיולים המורכבים מהצעדים האלמנטריים הבאים:

$$\begin{array}{ll} S(x) = x+5 & x \leq 20 \\ N(x) = x-5 & x > 5 \\ E(x) = x+1 & x \neq 5n \\ W(x) = x-1 & x \neq 5n+1 \end{array}$$

לדוגמא, הטיול $S^2 \circ W^3 \circ S^2$ מוביל מהמספר 5 למספר 17 באופן הבא:

$$S(5) = 10; W^3(10) = 7; S^2(7) = 17;$$

- תן דוגמא של טיול המוביל מ-11 ל-3
 $S^2 \circ W^2 \rightarrow s(3)=8, s(8)=13, w(13)=12, w(12)=11$
- מצא את כל המספרים שאפשר לטייל אליהם מ-13 בלי להשתמש ב-N או E
11, 12, 16, 17, 18, 21, 22, 23.
- מצא טיול חדש מ-5 ל-17
 $S^4 \circ W^5 \circ N \circ E$

הסבר לפתרון:

הייצוג של הטיילת בעזרת מערכת המשוואות המתמטיות אינו מוצלח ומקשה על מציאת הפתרון. אבל אם בוחנים את החוקיות של קבוצת המספרים והצעדים המותרים בה – מסתבר שניתן למצוא ייצוג מוצלח הרבה יותר.
המשך בעמוד הבא.

נארגן את המספרים בטבלה

5	4	3	2	1
10	9	8	7	6
15	14	13	12	11
20	19	18	17	16
25	24	23	22	21

וכעת נגדיר את הצעדים האלמנטריים מחדש בעזרת כיווני רוחות השמיים :

היצוג המתמטי	כיוון	הסבר מילולי
$S(x) = x+5, x \leq 20$	דרום south	אם x אינו בשורה התחתונה – מותר לטייל דרומה, כלומר לרדת למשבצת שנמצאת מתחת ל- x בטבלה
$N(x) = x-5, x > 5$	צפון north	אם x אינו בשורה העליונה – מותר לטייל צפונה, כלומר לעלות למשבצת שנמצאת מעל ל- x בטבלה
$E(x) = x+1, x \neq 5n$	מזרח east	אם x אינו בקצה השמאלי של הטבלה (אינו כפולה של 5) – מותר לטייל מזרחה, כלומר לזוז למשבצת שנמצאת משמאל ל- x בטבלה
$W(x) = x-1, x \neq 5n+1$	מערב west	אם x אינו בקצה הימני של הטבלה – מותר לטייל מערבה, כלומר לזוז למשבצת שנמצאת מימין ל- x בטבלה

כעת נפתור את המשימה מחדש כאשר הטיילת מיוצגת כמערך דו מימדי 5X5

א. טיול מוביל מ- 11 ל- 3 הוא למשל :

ירידה שתי שורות S^2 ואז שמאלה שני טורים W^2

ב. צריך למצוא את כל המספרים שאפשר לטייל אליהם מ- 13 בלי להשתמש ב- N או E .
למעשה, צריך למצוא את כל המספרים שאפשר להגיע אליהם בלי ללכת צפונה או מזרחה. הצעדים שנותרו לנו הם רק לרדת דרומה או ללכת מערבה. ולכן ניתן להגיע מ- 13 לכל המספרים הכחולים.

5	4	3	2	1
10	9	8	7	6
15	14	13	12	11
20	19	18	17	16
25	24	23	22	21

ג. מציאת טיול חדש מ- 5 ל- 17

בעזרת המערך ניתן לראות שצריך לרדת 3 שורות (דרומה) ולזוז 3 עמודות ימינה (מערבה). כלומר $S^3 \circ W^3$, אבל ניתן לבצע את המשימה גם ע"י טיולים מורכבים יותר. למשל :

$$S^4 \circ W^4 \circ N \circ E, S^1 \circ W^4 \circ S^2 \circ E$$